

seedocx.com : Comparaison de nombres et inégalités

Tronc commun Sciences BIOF

Exercice 1

Comparer les nombres A et B dans les cas suivants :

- 1) $A = 1 + 3\sqrt{2}$; $B = 3\sqrt{3}$
- 2) $A = -5\sqrt{3}$; $B = -6\sqrt{2}$
- 3) $A = \frac{x}{x+1}$; $B = \frac{y}{y+1}$ ($0 < x < y$)
- 4) $A = \frac{x^2 + x}{x^2 + x + 1}$; $B = \frac{y^2 + y}{y^2 + y + 1}$ ($0 < x < y$)
- 5) $A = \sqrt{a-b}$; $B = \sqrt{a} - \sqrt{b}$ ($0 < b < a$)

Exercice 2

Soient :

$$A = 3\sqrt{18} - \sqrt{72} + 2\sqrt{\frac{9}{2}} \quad \text{et} \quad B = \sqrt{28} + \sqrt{32} - 2\sqrt{2}.$$

- 1) Montrer que $A - B = 4\sqrt{2} - 2\sqrt{7}$.
- 2) Comparer A et B .

Exercice 3

On considère $a = 2\sqrt{5} - 3\sqrt{2}$ et $b = \sqrt{39 - 12\sqrt{10}}$.

- 1) Montrer que $a \geq 0$.
- 2) Calculer a^2 et b^2 .
- 3) Comparer a et b puis $\frac{1}{a}$ et $\frac{1}{b}$.

Exercice 4

Soient $a \geq 2$ et $b \geq 2$. On pose $x = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ et $y = \sqrt{ab} + 1$.

- 1) Montrer que $x^2 - y^2 = (a-1)(1-b)$.
- 2) Comparer x et y .
- 3) Application : comparer $\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1$ et $\sqrt{6}$.

Exercice 5

Soient $x > 0$ et $y > 0$ tels que $x^2 + y^2 = 2$.

- 1) Montrer que $(x + y)^2 = 2(1 + xy)$.
- 2) En déduire que $x + y > \sqrt{2}$.

Exercice 6

- 1) Soit $a \geq 1$. Montrer que $a^2 \geq a$.
- 2) Soient $x \geq 1$ et $y \geq 1$. Montrer que $x + y \leq 2xy$.

Exercice 7

Montrer que pour tous réels x, y :

$$x^2 + y^2 \geq 2xy; \quad (x + y)^2 \geq 4xy; \quad \left(\frac{x + y}{2}\right)^2 \leq \frac{x^2 + y^2}{2}$$

Exercice 8

Soient $x > 0$ et $y > 0$. Montrer que :

$$x + y \geq 2\sqrt{xy}; \quad \frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$$

Exercice 9

Soient a, b, c trois réels. On pose $A = a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc$.

- 1) Montrer que $2A = (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2$.
- 2) En déduire que $ab + ac + bc \leq a^2 + b^2 + c^2$.

Exercice 10

Soient $3 \leq a \leq 9$ et $2 \leq b \leq 7$. Encadrer :

$$a + b; \quad a - b; \quad 2a + 3b; \quad 2a - 5b; \quad \frac{a}{b}; \quad a^2 + b^2$$